

УДК 621.31

ББК 31.2

А.И. ОРЛОВ, С.В. ВОЛКОВ, И.Х. ГАРИПОВ

РАСЧЕТ МАТРИЦЫ ИНДУКТИВНОСТЕЙ СИЛОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Ключевые слова: индуктивность, матрица индуктивностей, магнитопровод, обмотка, трансформатор, модифицированный метод узловых потенциалов.

Практические расчеты электрооборудования и электрических сетей выполняются с использованием схем замещения. Без учета насыщения электромагнитные процессы в силовом трансформаторе описываются системой линейных уравнений, которые могут быть представлены в матричной форме. Матрица индуктивностей трансформатора содержит собственные и взаимные индуктивности обмоток, величины которых для одной фазы определяются непосредственно из паспортных данных, содержащих результаты опытов холостого хода и короткого замыкания. Взаимные индуктивности между фазами, зависящие от типа и размеров магнитопровода, как правило, не приводятся в документации трансформатора, что не позволяет моделировать режимы работы, отличающиеся от установившегося с равномерной загрузкой фаз.

Цель работы состоит в разработке алгоритма расчета элементов матрицы индуктивностей силового трансформатора по его паспортным данным и параметрам магнитной цепи.

Научная новизна заключается в использовании информации о типе магнитопровода и его размерах при определении элементов матрицы индуктивностей.

Материалы и методы. В работе применялись методы теории линейных электрических и магнитных цепей.

Результаты исследования. Предложенный алгоритм определения матрицы индуктивностей включает три этапа: расчет собственных и взаимных индуктивностей одной фазы; построение схемы замещения магнитной цепи и расчет магнитных потоков с целью учета взаимного влияния обмоток различных фаз; формирование матрицы индуктивностей трехфазного трансформатора. Предложен способ построения матрицы индуктивностей трансформатора с произвольным типом магнитопровода, числом фаз и обмоток. Способ предполагает предварительное вычисление матрицы коэффициентов, характеризующей магнитопровод и зависящей главным образом от его типа и в меньшей степени – от соотношений геометрических размеров стержней и ярм. Матрица коэффициентов может быть вычислена заранее и использоваться для определения матрицы индуктивностей широкой номенклатуры трансформаторов.

Выводы. 1. Паспортные данные трансформатора не позволяют достоверно моделировать работу трансформатора при неравномерной нагрузке. 2. Разработан алгоритм определения матрицы индуктивностей трансформаторов. 3. Предложен способ построения матрицы индуктивностей трансформатора с произвольным типом магнитопровода, числом фаз и обмоток. Практическое значение алгоритма определяется простотой его алгоритмизации, а также возможностью применения при компьютерном моделировании электрических цепей с трансформаторами, например, с использованием модифицированного метода узловых потенциалов.

Введение. Расчёт режимов работы электрооборудования и электрических сетей выполняется, как правило, с использованием электрических схем замещения. Обмотки трансформатора являются примером индуктивно связанных

контуров и характеризуются собственными и взаимными индуктивностями. Систему уравнений трансформатора можно записать в матричной форме как

$$\mathbf{u} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + d\Psi/dt = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \mathbf{L} \cdot d\mathbf{i}/dt,$$

где \mathbf{u} и \mathbf{i} – вектор-столбцы фазных напряжений и токов; $\Psi = \mathbf{L} \cdot \mathbf{i}$ – вектор-столбец потокосцеплений магнитных потоков с обмотками; \mathbf{R} и \mathbf{L} – квадратные матрицы соответственно активных сопротивлений и индуктивностей трансформатора. Матрица \mathbf{R} является диагональной, если магнитные потери не учитываются. Матрица \mathbf{L} содержит собственные и взаимные индуктивности.

Без учета нелинейности характеристики намагничивания стали расчет магнитной цепи трансформатора можно выполнить с использованием схемы замещения. Так, в случае однофазного 2-обмоточного трансформатора без учета потерь схема замещения магнитной цепи показана на рис. 1, а, где $F_1 = w_1 i_1$ и $F_2 = w_2 i_2$ – МДС первичной и вторичной обмоток с токами i_1 и i_2 , имеющих w_1 и w_2 витков; R_m – суммарное магнитное напряжение стальных участков; R_m – суммарное магнитное напряжение стальных участков, по которым замыкается главный магнитный поток $\Phi = \Phi_{m1} + \Phi_{m2}$; $R_{\sigma 1}$ и $R_{\sigma 2}$ – магнитные сопротивления немагнитных участков, по которым замыкаются потоки рассеяния первичной и вторичной обмоток. Значения $R_{\sigma 1}$ и $R_{\sigma 2}$ значительно превышают R_m . Магнитные потоки можно определить как $\Phi_{\sigma 1} = F_1 / R_{\sigma 1}$; $\Phi_{\sigma 2} = F_2 / R_{\sigma 2}$; $\Phi_{m1} = F_1 / R_m$; $\Phi_{m2} = F_2 / R_m$.

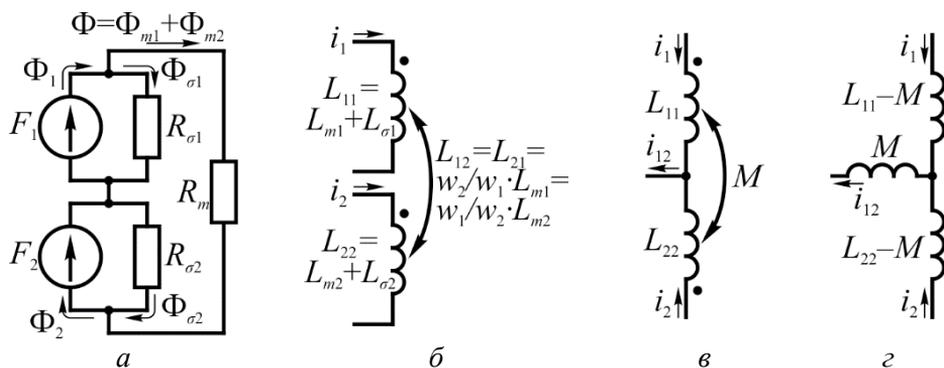


Рис. 1. Схемы замещения однофазного двухобмоточного трансформатора: схема замещения магнитной цепи (а); электрическая схема замещения в форме индуктивно связанных контуров (б); развязывание взаимной индуктивности (в, г)

Потокасцепления магнитных потоков Φ_1 и Φ_2 с первичной и вторичной обмотками, имеющими w_1 и w_2 витков:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= w_1 \Phi_1 = w_1 \cdot (\Phi_{\sigma 1} + \Phi_{m1} + \Phi_{m2}) = \\ &= w_1^2 i_1 / R_{\sigma 1} + w_1^2 i_1 / R_m + w_1 w_2 i_2 / R_m = L_{\sigma 1} i_1 + L_{m1} i_1 + L_{12} i_2, \\ \Psi_2 &= w_2 \Phi_2 = w_2 \cdot (\Phi_{\sigma 2} + \Phi_{m2} + \Phi_{m1}) = \\ &= w_2^2 i_2 / R_{\sigma 2} + w_2^2 i_2 / R_m + w_2 w_1 i_1 / R_m = L_{\sigma 2} i_2 + L_{m2} i_2 + L_{21} i_1. \end{aligned}$$

Записывая эти уравнения в матричной форме как $\Psi = \mathbf{L} \cdot \mathbf{i}$, выразим матрицу индуктивностей однофазного двухобмоточного трансформатора:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} L_{\sigma 1} + L_{m1} & L_{12} \\ L_{21} & L_{\sigma 2} + L_{m2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix},$$

где $L_{11} = L_{\sigma 1} + L_{m1}$ и $L_{22} = L_{\sigma 2} + L_{m2}$ – собственные индуктивности первичной и вторичной обмоток; $L_{12} = (w_2/w_1) \cdot L_{m1} = L_{21} = (w_1/w_2) \cdot L_{m2} = M$ – взаимные индуктивности; $L_{m1} = w_1^2/R_m$ и $L_{m2} = w_2^2/R_m$ – главные индуктивности; $L_{\sigma 1} = w_1^2/R_{\sigma 1}$ и $L_{\sigma 2} = w_2^2/R_{\sigma 2}$ – индуктивности рассеяния [4. С. 7–15; 12. С. 5].

Обмотки трансформатора можно представить в форме индуктивно связанных контуров (см. рис. 1, б). При электрическом соединении одноименных выводов первичной и вторичной обмоток, как показано на рис. 1, в, ток в общей ветви $i_{12} = i_1 + i_2$. Тогда потокосцепления Ψ_1 и Ψ_2

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= L_{11}i_1 + Mi_2 = L_{11}i_1 + M \cdot (i_{12} - i_1) = (L_{11} - M) \cdot i_1 + Mi_{12}, \\ \Psi_2 &= L_{22}i_2 + Mi_1 = L_{22}i_2 + M \cdot (i_{12} - i_2) = (L_{22} - M) \cdot i_2 + Mi_{12}.\end{aligned}$$

Последние выражения соответствуют электрической схеме замещения трансформатора (см. рис. 2, з) не содержащей взаимных индуктивностей [2. С. 121–127].

По данным опытов холостого хода и короткого замыкания, указанным в паспорте, можно определить параметры схемы замещения приведенного трансформатора, имеющего во вторичной обмотке $w_2' = w_1$ витков: индуктивные сопротивления взаимной индукции X_0 , короткого замыкания X_k , рассеяния $X_1 = X_2' \approx X_k/2$. Соответствующие индуктивности определяются как

$$\begin{aligned}L_{\sigma 1} &= X_1/\omega; L_{\sigma 2}' = X_2'/\omega; M' = L_{m1} = L_{m2}' = X_0/\omega, \\ L_{\sigma 2} &= (w_2/w_1)^2 \cdot L_{\sigma 2}'; L_{m2} = (w_2/w_1)^2 \cdot L_{m2}' = (w_2/w_1)^2 \cdot L_{m1},\end{aligned}$$

где ω – угловая частота; $w_1/w_2 = U_{1н.ф}/U_{2н.ф}$ – коэффициент трансформации; штрихами обозначены приведенные величины и параметры.

В случае u -фазного v -обмоточного трансформатора квадратная матрица индуктивностей имеет размер $2uv$; элементы главной диагонали – собственные индуктивности, остальные элементы матрицы – взаимные индуктивности.

Моделированию трансформаторов посвящено большое количество работ, что подтверждает научный и практический интерес к данной теме. Известные работы в целом направлены на поиск компромисса между сложностью модели и адекватностью воспроизведения электромагнитных процессов в трансформаторе. Так, в работе [1] рассматривается «потокосная модель» работы электроэнергетической системы, включая отдельные ее элементы, такие как трансформаторы, где основными искомыми переменными являются потоки мощности. Приведенная в работе математическая модель трехфазного трансформатора выражена системой линейных уравнений в матричной форме и характеризует установившийся режим работы трансформатора. В модели не учитывается тип магнитопровода и не предполагается наличие взаимной индуктивности между фазами.

Известны также работы, например [5, 6], в которых при моделировании трансформаторов учитывается ряд специфических факторов, таких как дискретность и несимметрия структуры обмоток, насыщение магнитной цепи и потерь в стали, а также влияние технологических факторов. Учет большого числа параметров приводит к избыточному усложнению модели. В работе [11] приводятся выражения для расчета индуктивностей рассеяния и взаимных индуктивностей обмоток тягового трансформатора, учитывающие изменение магнитного поля рассеяния обмоток при дискретном переключении нагрузки секций тяговых обмоток. Авторы отмечают, что для адекватного воспроизведения работы тягового трансформатора с секционированными вторичными

обмотками в режимах коммутации тиристорных плеч выпрямительно-инверторного преобразователя необходимо знать $n \cdot (n - 1) / 2$ результатов опытов короткого замыкания трансформатора, где n – число катушек. Очевидно, что это не всегда возможно реализовать на практике.

В работах [7–10] рассмотрен процесс создания «цифрового двойника» трансформатора с магнитопроводом произвольного исполнения в программе Matlab Simulink с использованием реализованного в ней неявного решателя системы нелинейных уравнений «Solve». Несмотря на избыточную для практического применения точность, предложенные подходы нельзя считать достаточно универсальными в связи с привязкой методики расчета к строго определенному программному обеспечению. Кроме того, расчеты опираются на параметры магнитной системы трансформатора, известные лишь из его технической документации и недоступные при эксплуатации.

Паспортные данные трансформатора, содержащие результаты опытов холостого хода и короткого замыкания, позволяют найти параметры схемы замещения одной фазы трансформатора [3. С. 90]. Взаимные индуктивности между фазами, зависящие от типа и размеров магнитопровода, как правило, в документации на трансформатор не приводятся. Такая информация необходима для моделирования режимов работы трансформатора, отличающихся от установившегося с равномерной нагрузкой фаз. Однако способ определения матрицы индуктивностей, обладающий достаточной универсальностью и простотой алгоритмизации, в общем случае не разработан.

Цель работы состоит в разработке алгоритма расчета элементов матрицы индуктивностей силового трансформатора по его паспортным данным и параметрам магнитной цепи.

Научная новизна заключается в использовании информации о типе магнитопровода силового трансформатора и его размерах при определении элементов матрицы индуктивностей.

Материалы и методы. В работе применялись методы теории линейных электрических и магнитных цепей. Расчеты выполнялись с использованием открытых библиотек для языка программирования Python. При формулировке алгоритма и получении общей формы матрицы индуктивностей использовался принцип индуктивных обобщений.

Результаты исследования. Предлагаемый алгоритм определения матрицы индуктивностей силового трансформатора включает три этапа:

1. Вычисление параметров схемы замещения фазы трансформатора по паспортным данным, включая индуктивности приведенного трансформатора; определение собственных и взаимных индуктивностей трансформатора для симметричного установившегося режима работы. Так, для двухобмоточного трансформатора индуктивности

$$L_{12} = L_{21} = (w_2/w_1) \cdot L_{m1} = (w_1/w_2) \cdot L_{m2}, L_{11} = L_{\sigma 1} + L_{m1}, L_{22} = L_{\sigma 2} + L_{m2}.$$

2. Определение топологии схемы замещения магнитной цепи в зависимости от типа магнитопровода; расчет магнитных сопротивлений по схеме замещения с учетом размеров магнитопровода; расчет индуктивностей.

Относительные значения взаимных индуктивностей фазных обмоток одного напряжения можно найти следующим образом:

а) приравнять к нулю значения всех МДС схемы замещения магнитной цепи;

б) последовательно приравнявая значения каждой МДС к одной и той же произвольно выбранной величине F , определить распределение магнитных потоков по схеме замещения магнитной цепи. Отношение магнитного потока в какой-либо ветви b без источника МДС Φ_{ab} к магнитному потоку ветви a с источником МДС Φ_a равно отношению взаимной индуктивности обмоток, расположенных на рассматриваемых участках магнитной цепи, L_{ab} к собственной индуктивности L_a обмотки a .

Абсолютные значения взаимных индуктивностей между обмотками любых двух фаз определяются по найденным в п. 1 значениям собственных и взаимных индуктивностей обмоток трансформатора при симметричном установившемся режиме работы.

3. Построение матрицы индуктивностей трансформатора на основе известных собственных и взаимных индуктивностей.

Рассмотрим выполнение п. 2 и 3 предлагаемого алгоритма на примере трехфазного двухобмоточного трансформатора с трехстержневым магнитопроводом, размеры которого показаны на рис. 2, *а*. Пропорции такого трансформатора характеризуются коэффициентом β , равным отношению длины окружности канала между обмотками высшего и низшего напряжений πd_{12} к высоте l стержня. Значение данного коэффициента выбирается на этапе проектирования. Для магнитопровода трехстержневого типа, как правило, $\beta = 1,5-2,2$. Принимая приближенно длину средней магнитной линии стержня $l_c = l$, ярма $l_y \approx d_{12} = l_c \cdot \beta / \pi$ и считая магнитные сопротивления пропорциональными длинам средних магнитных линий, получим $R_y / R_c = \beta / \pi = 0,48-0,70$.

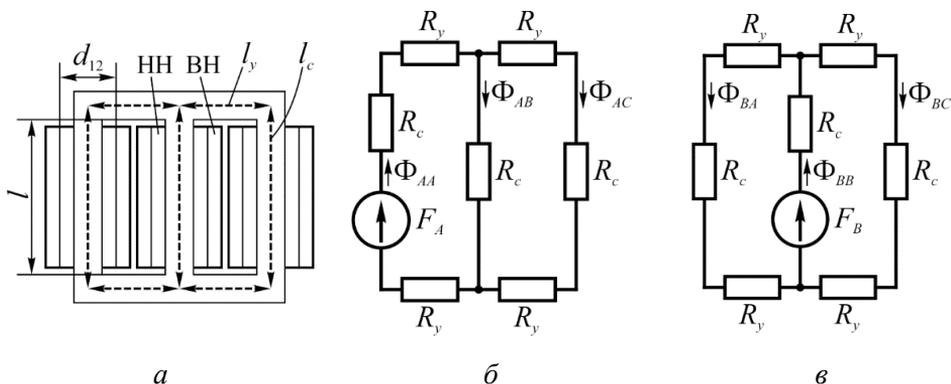


Рис. 2. Размеры магнитной системы трехфазного двухобмоточного трансформатора с трехстержневым магнитопроводом (*а*), схемы замещения магнитной цепи (*б*, *в*)

Примем $R_y / R_c = 0,5$. Значениями магнитных сопротивлений рассеяния R_{σ} , значительно превышающими магнитные сопротивления стальных участков, будем пренебрегать. Поместим источник МДС F_A в левую боковую ветвь, как

показано на рис. 2, а. МДС остальных фазных обмоток примем равными нулю. Тогда распределение магнитных потоков в ветвях в относительных единицах: $\Phi_{AA} = 0,75$; $\Phi_{AB} = -0,5$; $\Phi_{AC} = -0,25$. Располагая источник МДС той же величины $F_B = F_A$ в центральной ветви, как показано на рис. 2, б, получим распределение магнитных потоков $\Phi_{BA} = -0,5$; $\Phi_{BB} = 1,0$; $\Phi_{BC} = -0,5$. Распределение магнитных потоков при помещении источника МДС в правой боковой ветви «С» такое же, как и в первом случае, по причине симметрии магнитной цепи. За единицу принято наибольшее значение магнитного потока.

Для фазных обмоток трансформатора с одинаковым числом витков (одного напряжения) потокосцепление пропорционально величине магнитного потока $\Psi = w \cdot \Phi$, а МДС – величине тока $F = w \cdot i$. Следовательно, собственная и взаимная индуктивность, представляющая собой отношение потокосцепления к величине тока $L = \Psi/i$, пропорциональна величине рассчитанного магнитного потока.

Матрица индуктивностей рассматриваемого трансформатора размером 6×6 образуется объединением подматриц:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{bmatrix},$$

где \mathbf{L}_{11} и \mathbf{L}_{22} – подматрицы индуктивностей обмоток высшего и низшего напряжений соответственно, имеющие размерность 3×3 ; \mathbf{L}_{12} и $\mathbf{L}_{21} = \mathbf{L}_{12}^T$ – подматрицы взаимных индуктивностей обмоток высшего и низшего напряжений. За базисное значение индуктивности для подматриц \mathbf{L}_{11} и \mathbf{L}_{22} примем индуктивности L_{m1} и L_{m2} соответственно, для подматриц \mathbf{L}_{12} и $\mathbf{L}_{21} = \mathbf{L}_{12}^T$ – взаимные индуктивности $M = L_{12} = L_{21} = (w_2/w_1) \cdot L_{m1} = (w_1/w_2) \cdot L_{m2}$, тогда

$$\mathbf{L}_{11} = \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{ccc} & A & B & C \\ \hline & 0,75 \cdot L_{m1} + L_{\sigma 1} & -0,5 \cdot L_{m1} & -0,25 \cdot L_{m1} \\ & -0,5 \cdot L_{m1} & L_{m1} + L_{\sigma 1} & -0,5 \cdot L_{m1} \\ & -0,25 \cdot L_{m1} & -0,5 \cdot L_{m1} & 0,75 \cdot L_{m1} + L_{\sigma 1} \end{array}$$

$$\mathbf{L}_{22} = \begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array} \begin{array}{ccc} & a & b & c \\ \hline & 0,75 \cdot L_{m2} + L_{\sigma 2} & -0,5 \cdot L_{m2} & -0,25 \cdot L_{m2} \\ & -0,5 \cdot L_{m2} & L_{m2} + L_{\sigma 2} & -0,5 \cdot L_{m2} \\ & -0,25 \cdot L_{m2} & -0,5 \cdot L_{m2} & 0,75 \cdot L_{m2} + L_{\sigma 2} \end{array}$$

$$\mathbf{L}_{12} = \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{ccc} & a & b & c \\ \hline & 0,75 \cdot L_{12} & -0,5 \cdot L_{12} & -0,25 \cdot L_{12} \\ & -0,5 \cdot L_{12} & L_{12} & -0,5 \cdot L_{12} \\ & -0,25 \cdot L_{12} & -0,5 \cdot L_{12} & 0,75 \cdot L_{12} \end{array}$$

Собственные индуктивности включают дополнительные составляющие – индуктивности рассеяния $L_{\sigma 1}$ и $L_{\sigma 2}$, не зависящие от распределения магнитных потоков в остальных ветвях магнитопровода.

В общем случае матрицу индуктивностей \mathbf{L} для u -фазного v -обмоточного трансформатора с магнитопроводом любого типа произвольных размеров можно составить из $v \times v$ подматриц \mathbf{L}_{ij} размерностями $u \times u$, где $i, j = 1 \dots v$:

$$\mathbf{L}_{ii} = \mathbf{K}_u \circ L_{mi} \cdot \mathbf{J}_u + L_{\sigma i} \cdot \mathbf{I}, \quad (1)$$

$$L_{ij} = K \circ L_{ij} \cdot J, L_{ji} = L_{ij}^T,$$

где J_u – матрица единиц; I_u – единичная матрица; K_u – матрица коэффициентов, зависящая от типа и размеров магнитопровода и определяемая согласно п. 2 предлагаемого алгоритма; символом « \circ » обозначено произведение Адамара.

Так, в трехфазном групповом двухобмоточном трансформаторе, где взаимные влияния фаз друг на друга отсутствуют, $K_3 = I_3$. Применяя алгоритм к трансформаторам с магнитопроводами пространственного (см. рис. 3) бронестержневого и броневого типов при соотношении магнитных сопротивлений ярм и стержней $R_y/R_c = 0,5$, получим

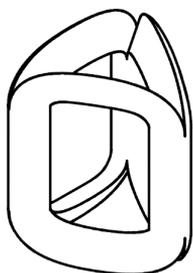


Рис. 3. Пространственная конструкция магнитопровода

$$K_{3,пр.} = \begin{bmatrix} 1 & -0,5 & -0,5 \\ -0,5 & 1 & -0,5 \\ -0,5 & -0,5 & 1 \end{bmatrix},$$

$$K_{3,бр.ст.} = \begin{bmatrix} 0,967 & -0,333 & -0,133 \\ -0,330 & 1 & -0,330 \\ -0,133 & -0,333 & 0,967 \end{bmatrix},$$

$$K_{3,бр.} = \begin{bmatrix} 1 & 0,127 & 0,016 \\ 0,125 & 1 & 0,125 \\ 0,016 & 0,127 & 1 \end{bmatrix}.$$

Выражение матрицы индуктивностей в общем виде, согласно уравнениям (1), позволяет отделить расчет индуктивностей для одной фазы трансформатора и построение матрицы индуктивностей для трансформатора в целом. Числовые значения, входящие в матрицу коэффициентов K , выражены в относительных единицах и зависят главным образом от типа магнитопровода и в меньшей степени от соотношений геометрических размеров стержней и ярм. В практических расчетах числовые значения, входящие в матрицу коэффициентов K , могут быть вычислены заранее для заданного типа магнитопровода или использованы значения, приведенные в данной работе. Далее, используя индуктивности фазы трансформатора, рассчитанные по его паспортным данным, согласно уравнениям (1) может быть сформирована искомая матрица индуктивностей трансформатора.

Практическое значение предложенного алгоритма определяется простотой его алгоритмизации. Это позволяет применять алгоритм при компьютерном моделировании электрических цепей с трансформаторами, например, с использованием модифицированного метода узловых потенциалов. Алгоритм может быть дополнен с учетом явления насыщения стали магнитопровода, а также электрических и магнитных потерь. Соответствующая модификация алгоритма может составлять перспективу дальнейших исследований по теме работы.

Выводы. 1. Результаты опытов холостого хода и короткого замыкания трансформатора, приведенные в его технической документации, позволяют найти параметры схемы замещения лишь одной фазы трансформатора, что не дает возможности достоверно моделировать режимы работы трансформатора, отличающиеся от установившегося с равномерной нагрузкой фаз. Известные работы по моделированию трансформаторов в целом направлены на поиск

компромисса между сложностью модели и адекватностью воспроизведения электромагнитных процессов в трансформаторе.

2. Разработан алгоритм определения матрицы индуктивностей трансформаторов, включающий 3 этапа: расчет собственных и взаимных индуктивностей фазы трансформатора для симметричного установившегося режима работы; построение схемы замещения магнитной цепи и расчет магнитных потоков с целью учета взаимного влияния обмоток различных фаз; формирование матрицы индуктивностей трехфазного трансформатора.

3. Предложен способ построения матрицы индуктивностей трансформатора с произвольным типом магнитопровода, числом фаз и обмоток. Способ предполагает предварительное вычисление матрицы коэффициентов, характеризующей магнитопровод и зависящей главным образом от его типа и в меньшей степени – от соотношений геометрических размеров стержней и ярм. Матрица коэффициентов может быть вычислена заранее и использоваться для определения матрицы индуктивностей широкой номенклатуры трансформаторов.

Литература

1. *Баных П.Ю.* Развитие потоковой модели установившихся режимов электрических сетей в трехфазном и однолинейном представлении: дис. ... канд. техн. наук: 05.14.02. Екатеринбург, 2019. 129 с.
2. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. 12-е изд., исправ. и доп. М.: Юрайт, 2016. 701 с.
3. *Иванов-Смоленский А.В.* Электрические машины: в 2 т. 3-е изд., стереот. М.: Изд. дом МЭИ, 2006. Т. 1. 652[6] с.
4. *Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А.* Расчет индуктивностей: Справочная книга. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1986. 488 с.
5. *Мартынов В.А., Голубев А.Н., Евдаков А.Е.* Анализ динамических режимов работы трехфазных трехстержневых трансформаторов в пакете Matlab // Вестник ИГЭУ. 2016. № 4. С. 11–18.
6. *Мартынов В.А., Снитыко И.С.* Математическая модель несимметричных режимов силовых трансформаторов с использованием понятия комплексной магнитной проницаемости // Вестник ИГЭУ. 2018. № 6. С. 24–31.
7. *Снитыко И.С., Тихонов А.И., Стулов А.В., Мизонов В.Е.* Разработка модели переходных режимов с учетом взаимной индуктивности полей рассеяния для реализации цифрового двойника трансформатора // Вестник ИГЭУ. 2021. № 4. С. 47–56.
8. *Тихонов А.И., Стулов А.В., Каржевин А.А., Подобный А.В.* Разработка нелинейной модели трехфазного трансформатора для исследования влияния несимметрии магнитной системы на работу устройства в произвольных режимах // Вестник ИГЭУ. 2020. № 1. С. 22–31.
9. *Тихонов А.И., Каржевин А.А., Подобный А.В., Дрязгов Д.Е.* Разработка и исследование динамической модели однофазного трансформатора с сердечником из аморфной стали // Вестник ИГЭУ. 2019. № 2. С. 22–31.
10. *Тихонов А.И., Каржевин А.А., Семенова К.В., Подобный А.В., Стулов А.В.* Технология построения имитационных моделей трансформатора с различной конструкцией магнитопровода // Известия ТулГУ. Технические науки. 2022. № 9. С. 459–465.
11. *Якушев А.Я., Серeda А.Г.* Математическая модель тягового трансформатора с секционированными вторичными обмотками в пространстве состояний // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2015. № 4(45). С. 78–84.
12. *Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff* Analysis of Electric Machinery and Drive Systems. 2nd ed. IEEE Press, 2002, 613 p.

ОРЛОВ АЛЕКСАНДР ИГОРЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электромеханики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (a.i.orlov@yandex.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1152-6668>).

ВОЛКОВ СЕРГЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – кандидат технических наук, декан электроэнергетического факультета, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (svedin2011@mail.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1152-6668>).

ГАРИПОВ ИЛЬСУР ХАЛИЛЕВИЧ – кандидат технических наук, заведующий кафедрой электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (ilsur@bk.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3037-7365>).

Aleksandr I. ORLOV, Sergei V. VOLKOV, Ilсур Kh. GARIPOV

CALCULATION OF POWER TRANSFORMER INDUCTANCE MATRIX

Key words: inductance, inductance matrix, magnetic core, winding, transformer, modified nodal analysis.

Practical calculations of electric equipment and electric networks are performed using equivalent circuits. Without taking into account saturation phenomena, electromagnetic processes in a power transformer are described by a system of linear equations, which can be represented in matrix form. The transformer inductance matrix contains self and mutual winding inductances, whose values for one phase are determined directly from the passport data containing the results of no-load and short circuit experiments. Mutual inductances between phases depending on the type and size of the magnetic core are not usually given in the transformer documentation. It does not allow to simulate the operating modes that differ from the steady state with uniform phase load.

The purpose of the work is to develop an algorithm for calculating elements of the power transformer inductance matrix according to its passport data and magnetic circuit parameters.

The scientific novelty lies in use of information about magnetic circuit type and size to determine elements of the inductance matrix.

Materials and methods. *Methods of linear electric and magnetic circuit theory are used in the work.*

Results. *The proposed algorithm for calculation of power transformer inductance matrix includes three stages: calculation of self and mutual inductances for one phase; construction of an equivalent circuit for a magnetic circuit and calculation of magnetic fluxes in order to take into account the mutual influence of windings on various phases; assembly of the inductance matrix of three-phase transformer. A method is proposed for constructing the transformer inductance matrix with an arbitrary type of magnetic circuit, phases and windings quantity. The method involves preliminary calculation of the coefficient matrix that characterizes the magnetic circuit and depends mainly on its type and, to a less, on the ratio of geometric dimensions in rods and yokes. The coefficient matrix can be calculated in advance and used to determine the inductance matrix of a wide range of transformers.*

Conclusions. *1. The passport data of the transformer do not allow to model transformer operation at unbalanced load validly. 2. An algorithm for determining the inductance matrix of transformers has been developed. 3. A method for compilation of a transformer inductance matrix with an arbitrary type of magnetic circuit, the number of phases and windings is introduced. The practical significance of the algorithm is determined by the simplicity of algorithmizing, as well as by the possibility of using it in computer simulation of electrical circuits with transformers, for example, using the modified nodal analysis method.*

References

1. Bannykh P.Yu. *Razvitie potokovoi modeli ustanovivshikhsya rezhimov elektricheskikh setei v trekhfaznom i odnolineinom predstavlenii: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.14.02* [Development of a flow model of steady-state modes of electrical networks in three-phase and one-line representation. Cand. Diss.]. Ekaterinburg, 2019, 129 p.
2. Bessonov L.A. *Teoreticheskie osnovy elektrotehniki. Elektricheskie tsepi. 12-e izd.* [Theoretical foundations of electrical engineering. Electrical circuits. 12th ed.]. Moscow, Yurait Publ., 2016, 701 p.
3. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektricheskie mashiny: v 2 t. 3-e izd.* [Electric machines: textbook for universities. 2 vols. 3rd ed.]. Moscow, MEI Publ., 2006, vol. 1, 652[6] p.

4. Kalantarov P.L., Tseitlin L.A. *Raschet induktivnostei: Spravochnaya kniga. 3-e izd.* [Calculation of inductances: Reference book. 3rd ed.]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1986, 488 p.
5. Martynov V.A., Golubev A.N., Evdakov A.E. *Analiz dinamicheskikh rezhimov raboty trekhfaznykh trekhsterzhnykh transformatorov v pakete Matlab* [Analysis of dynamic operating modes of three-phase three-rod transformers in the Matlab package]. *Vestnik IGEU*, 2016, no. 4, pp. 11–18.
6. Martynov V.A., Snit'ko I.S. *Matematicheskaya model' nesimmetrichnykh rezhimov silovykh transformatorov s ispol'zovaniem ponyatiya kompleksnoi magnitnoi pronitsaemosti* [Mathematical model of asymmetric modes of power transformers using the concept of complex magnetic permeability]. *Vestnik IGEU*, 2018, no. 6, pp. 24–31.
7. Snit'ko I.S., Tikhonov A.I., Stulov A.V., Mizonov V.E. *Razrabotka modeli perekhodnykh rezhimov s uchedom vzaimnoi induktivnosti polei rasseyaniya dlya realizatsii tsifrovogo dvoynika transformatora* [Development of a model of transient modes taking into account the mutual inductance of scattering fields for the implementation of a digital transformer twin]. *Vestnik IGEU*, 2021, no. 4, pp. 47–56.
8. Tikhonov A.I., Stulov A.V., Karzhevina A.A., Podobnyi A.V. *Razrabotka nelineinoy modeli trekhfaznogo transformatora dlya issledovaniya vliyaniya nesimmetrii magnitnoi sistemy na rabotu ustroystva v proizvol'nykh rezhimakh* [Development of a nonlinear model of a three-phase transformer to study the effect of the asymmetry of the magnetic system on the operation of the device in arbitrary modes]. *Vestnik IGEU*, 2020, no. 1, pp. 22–31.
9. Tikhonov A.I., Karzhevina A.A., Podobnyi A.V., Dryazgov D.E. *Razrabotka i issledovanie dinamicheskoi modeli odnofaznogo transformatora s serdechnikom iz amorfnoi stali* [Development and research of a dynamic model of a single-phase transformer with an amorphous steel core]. *Vestnik IGEU*, 2019, no. 2, pp. 22–31.
10. Tikhonov A.I., Karzhevina A.A., Semenova K.V., Podobnyi A.V., Stulov A.V. *Tekhnologiya postroeniya imitatsionnykh modelei transformatora s razlichnoi konstruksiei magnitprovoda* [Technology for building simulation models of a transformer with a different magnetic circuit design]. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki*, 2022, no. 9, pp. 459–465.
11. Yakushev A.Ya., Sereda A.G. *Matematicheskaya model' tyagovogo transformatora s sektsirovannymi vtorichnymi obmotkami v prostranstve sostoyanii* [Mathematical model of a traction transformer with partitioned secondary windings in the state space]. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putei soobshcheniya*, 2015, no. 4 (45), pp. 78–84.
12. Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. 2nd ed., IEEE Press, 2002, 613 p.

ALEKSANDR I. ORLOV – Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Electromechanics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (a.i.orlov@yandex.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1152-6668>).

SERGEI V. VOLKOV – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Dean of the Electroenergy Faculty, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (svedin2011@mail.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1152-6668>).

ILSUR Kh. GARIPOV – Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Power Supply and Technical Diagnostics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (ilsur@bk.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3037-7365>).

Формат цитирования: Орлов А.И., Волков С.В., Гарипов И.Х. Расчет матрицы индуктивностей силового трансформатора // Вестник Чувацкого университета. – 2023. – № 4. – С. 120–129. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-120-129.