

УДК 519.852

ББК 22.18

С.И. НОСКОВ, И.В. ОВСЯННИКОВ

КОМБИНИРОВАНИЕ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ВАРИАНТОВ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ КРИТЕРИЯ СОГЛАСОВАННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ

Ключевые слова: регрессионное уравнение, ансамбль моделей, комбинирование вариантов, весовые коэффициенты, критерий согласованности поведения, валовый продукт.

Цель исследования – разработка алгоритма расчета коэффициентов выпуклой комбинации альтернативных вариантов регрессионной модели сложного объекта, основанного на использовании введенного в прежних работах одного из авторов статьи критерия согласованности поведения между фактическими и расчетными значениями выходной переменной, заданного в непрерывной форме.

Материалы и методы. Для решения сформулированной в работе задачи использовались как традиционные в регрессионном анализе критерии адекватности моделей (множественной детерминации, Фишера, средней относительной ошибки аппроксимации), так и разработанный ранее одним из авторов статьи критерий согласованности поведения.

Результаты исследования. Продемонстрировано применение разработанного метода для создания ансамбля регрессионных моделей при построении математической модели валового внутреннего продукта Российской Федерации. Этот подход благодаря своей инвариантности к природе анализируемых систем не требует специальной адаптации при исследовании объектов технического характера.

Выводы. Предложенный алгоритм комбинирования альтернативных вариантов регрессионной модели объекта, основанный на использовании критерия согласованности поведения между фактическими и расчетными значениями выходной переменной, может быть эффективно применен при исследовании сложных систем различной природы.

Введение. При построении математической модели сложного объекта нередко возникает ситуация, когда исследователем разработано несколько ее альтернативных вариантов, при этом каждый из них может обладать некоторыми привлекательными качествами. Эту альтернативность можно разрешить, либо выбрав лучший вариант путем проведения конкурса моделей [10], либо сформировав так называемый ансамбль моделей, посредством, в частности, их агрегирования (комбинирования) с помощью использования вычислительной процедуры назначения весового коэффициента для каждого варианта, определяющего его значимость [13]. Так, в работе [22] предлагается новый точечный ансамбль метамоделей, веса которых варьируются в зависимости от горизонта прогнозирования. Предлагаемый метод может включать в себя все виды автономных метамоделей для построения ансамбля и интерполировать реальные значения реакции системы, даже если модели регрессии включены в качестве автономных метамоделей. Для оценки эффективности предлагаемого метода его прогнозные характеристики сравниваются с показателями существующих ансамблей метамоделей, использующих известные математические функции. В [21] предлагается итерационная регуляризация для разработки ансамблевых методов решения байесовских обратных задач. В частности, разрабатываются

вариационный итеративный ансамблевый регуляризирующий метод Левенберга–Марквардта и итеративный ансамблевый фильтр Калмана без производных. Предложенные методы основаны на фундаментальных идеях итеративных методов регуляризации, которые широко используются для решения детерминированных обратных задач. Статья [19] посвящена применению ансамблевого подхода для выявления степени сонливости водителя транспортного средства. При этом используются известные модели AlexNet, VGG-FaceNet, FlowImageNet и ResNet для описания жестикуляции, мимики, особенностей поведения и движений головы. В статье [23] представлен новый метод прогнозирования прочности на сдвиг железобетонных глубоких балок, основанный на двух моделях опорных векторов и алгоритме оптимизированных опорных векторов с адаптивным взвешиванием ансамбля. В работе [17] представлена методика разработки ансамбля из нескольких приближенных математических модели (метамоделей). При этом выбор весовых коэффициентов в ансамбле с взвешенной суммой рассматривается как задача минимизации выбранной метрики ошибки. В [25] описывается способ использования немаркированных данных для оценки весовых параметров, необходимых для построения ансамблевого предиктора, интегрирующего несколько исходных предикторов. Его можно получить из математической модели ансамблевого обучения, основанной на обобщенной смеси функций плотности вероятности и соответствующих мер расхождения информации. В [18] исследуются вопросы, связанные со все более распространенной техникой прогнозирования многомодельного ансамбля. Он направлен на повышение статистической точности несовершенных прогнозов, зависящих от времени, путем объединения информации из набора динамических моделей пониженного порядка. В статье [20] исследуются и эмпирически оцениваются различные однородные и гетерогенные ансамблевые методы прогнозирования усилий по сопровождению программного обеспечения. Подтверждено, что некоторые ансамблевые методы обеспечивают более точную или, по крайней мере, конкурентоспособную точность прогнозирования по сравнению с таковой при использовании отдельных моделей для разных наборов данных и, следовательно, более надежны.

Цель исследования – разработка алгоритма расчета коэффициентов выпуклой комбинации альтернативных вариантов регрессионной модели сложного объекта, основанного на использовании введенного в прежних работах одного из авторов статьи критерия согласованности поведения между фактическими и расчетными значениями выходной переменной, заданного в непрерывной форме.

Материалы и методы. Для решения сформулированной в работе задачи использовались как традиционные в регрессионном анализе критерии адекватности моделей – множественной детерминации, Фишера, средней относительной ошибки аппроксимации, так и разработанный ранее одним из авторов статьи критерий согласованности поведения.

Результаты исследования

Расчет коэффициентов ансамбля вариантов модели с привлечением критерия согласованности поведения. Пусть при анализе некоторого сложного объекта выделена выходная (зависимая, внутренняя) переменная (фактор,

показатель) y , значения которой определяются значениями входных переменных x_1, x_2, \dots, x_m . Пусть исследователем разработано p альтернативных вариантов регрессионной модели, формализующих влияние переменных x_1, x_2, \dots, x_m на y :

$$y_k = F^j(\alpha^j, D_k^j) + \varepsilon_k^j, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, p}, \quad (1)$$

где k – номер наблюдения; n – число наблюдений (длина выборки данных); α^j – вектор оцениваемых параметров; $\varepsilon_1^j, \dots, \varepsilon_n^j$ – ошибки аппроксимации;

$$D_k^j \subseteq \{x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{km}\}.$$

При этом никаких предположений о вероятностной природе переменных в (1) делать не будем, оставаясь в рамках логико-алгебраического (аппроксимационного) подхода к анализу данных. Отметим, что каждый из вариантов может различаться видом аппроксимирующей функции F^j , методом оценки вектора параметров α , а также набором задействованных независимых переменных D^j .

Поставим задачу построения ансамбля построенных таким образом моделей в виде их выпуклой комбинации (линейной свертки):

$$Y = \sum_{j=1}^p \mu_j F^j(\alpha^j; D^j),$$

где $\mu_j, j = \overline{1, p}$ – подлежащие расчету весовые коэффициенты, в отношении которых справедливы следующие естественные требования:

$$\sum_{j=1}^p \mu_j = 1, \quad \mu_j > 0, \quad j = \overline{1, p}. \quad (2)$$

В рамках регрессионного анализа разработана и давно стала традиционной при практическом использовании моделей целая система критериев их адекватности (см., например, [3]). При этом одними из основных критериев являются:

- критерий множественной детерминации R^2 ;
- критерий Фишера F ;
- средняя относительная ошибка аппроксимации E .

Эти и многие другие традиционные критерии адекватности включают в соответствующие расчетные формулы ошибки аппроксимации. А поскольку при формировании набора из p альтернативных вариантов упомянутые выше критерии уже использовались, естественно обойтись без них при вычислении весовых коэффициентов линейной свертки Y , а учесть другие формально и содержательно аргументированные основания.

Предлагается положить в основу вычислительной схемы при расчете коэффициентов $\mu_j, j = \overline{1, p}$, критерий согласованности поведения (КСП) [12] между фактическими (заданными в выборке) y_k и расчетными y_k^{j*} значениями зависимой переменной, где

$$y_k^{j*} = F^j(\alpha^j; D_k^j).$$

Используем также идею построения свертки критериев адекватности регрессионных моделей [11]. В основу задания КСП положено следующее важное соображение. Рассмотрим часто имеющую место при практическом моделировании ситуацию. Допустим, что после построения модели (1) для произвольных номеров наблюдений s и h изучаемой выборки данных оказывается справедливым следующее неравенство:

$$(y_s^* - y_h^*)(y_s - y_h) < 0.$$

Это означает, что на паре номеров наблюдений (s, h) линейная модель (1) плохо отражает исследуемый процесс, что не может быть оправдано возможной малостью величин $|\varepsilon_h^{j*}|$ и $|\varepsilon_s^{j*}|$. Подобное обстоятельство сильно снижает доверие к построенной регрессионной модели даже при высоких значениях традиционных критериев адекватности. Формализуются такие ситуации как раз с помощью КСП. Он разработан в двух формах – дискретной L и непрерывной N :

$$L^j = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{s=k+1}^n \text{sign}((y_k^{j*} - y_s^{j*})(y_k - y_s)),$$

$$N^j = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{s=k+1}^n l_{ks}^j,$$

где

$$\text{sign}(a) = \begin{cases} 1, & \text{если } a \geq 0; \\ 0, & \text{если } a < 0, \end{cases}$$

$$l_{ks}^j = \begin{cases} |y_k^{j*} - y_s^{j*}|, & \text{если } (y_k^{j*} - y_s^{j*})(y_k - y_s) < 0; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Поскольку непрерывная форма КСП обладает естественно большей вариабельностью по сравнению с дискретной формой, первую предлагается положить в основу формирования коэффициентов μ_j , $j = \overline{1, p}$. Сделать это можно по следующей формуле:

$$\mu_j = \frac{1}{HN^j},$$

где

$$H = \sum_{j=1}^p \frac{1}{N^j}.$$

Легко видеть, что условия (2) окажутся выполненными. Разумеется, такой способ назначения весовых коэффициентов справедлив лишь для ситуаций, когда все варианты модели не обладают полной согласованностью в указанном выше смысле, т.е. когда $N^j > 0$, $j = \overline{1, p}$.

Численный пример использования метода комбинирования альтернативных вариантов регрессионных моделей с применением массива экономических данных. Применим описанный выше способ для построения ансамбля моделей ВВП России.

Введем следующие обозначения:

y – ВВП в текущих долларах, млрд долл.;

x_1 – капитальные инвестиции, млрд долл.;

x_2 – численность населения РФ, млн человек;

x_3 – численность трудоспособного населения РФ, млн человек;

x_4 – уровень безработицы в РФ, %;

x_5 – оборот розничной торговли, млн руб.;

x_6 – прямые иностранные инвестиции, млрд долл.;

x_7 – средняя заработная плата в РФ, долл.

В качестве информационной базы для моделирования используем официальную статистику за 2003–2022 гг. [4, 6, 15, 16, 24]. Будем иметь в виду, что почти все независимые переменные оказывают позитивное влияние на выходной фактор (увеличение их значений вызывает его рост), и лишь одна – x_4 , – негативное. Аппроксимирующие функции F^j , $j = \overline{1, p}$, будем брать из класса аддитивных по параметрам функций [24]. При построении альтернативных вариантов модели воспользуемся специализированной программой с использованным в ней обычным методом наименьших квадратов [14]. При этом примем $p = 7$, $D^1 = \{x_1, x_4, x_7\}$, $D^2 = \{x_1, x_2, x_4, x_7\}$, $D^3 = \{x_3, x_4, x_5, x_7\}$, $D^4 = \{x_4, x_6, x_7\}$, $D^5 = \{x_1, x_3, x_7\}$, $D^6 = \{x_2, x_3, x_7\}$, $D^7 = \{x_5, x_6, x_7\}$.

В результате получим следующие варианты модели:

$$y = -4085,08 + 944,626 \ln x_1 - 137,611 \ln x_4 + 64,2979 \ln x_7, \quad j = 1,$$

$$y = -1139,36 + 3,13439 x_1 + 4,24306 \frac{x_2}{x_4} + 229,194 \ln x_7, \quad j = 2,$$

$$y = -21945,5 + 285,921 \ln x_5 + 11,4596 \frac{x_7}{x_4} + 1870,97 \sqrt{x_3}, \quad j = 3,$$

$$y = -4241,07 - 4,959 x_4^2 + 0,045 x_6^2 + 921,08 \ln x_7, \quad j = 4,$$

$$y = -1960,73 + 457,216 \ln x_1 + 0,034 x_3^2 + 0,0013 x_7^2, \quad j = 5,$$

$$y = -17456,6 + 1031,20 \sqrt{x_2} + 594,757 \sqrt{x_3} + 0,002 x_7^2, \quad j = 6,$$

$$y = -1333,6 + 107,505 \ln x_5 + 72,6426 \ln x_6 + 0,0018 x_7^2, \quad j = 7.$$

В табл. 1 представлены фактические и расчетные значения зависимой переменной для каждого варианта модели, а в табл. 2 – значения критериев адекватности для них.

В последней таблице рядом со значением критерия в скобках указано место, которое занимает соответствующий вариант в общем упорядочении по этому критерию.

Из табл. 2 следует, что эти места совпадают по традиционным критериям R , F и E (за исключением вариантов 3 и 4 для E). А вот для критерия N такое распределение мест существенно нарушается, хотя пятый вариант и здесь остается лидером.

Таблица 1

Фактические и расчетные значения зависимой переменной

Год	y	y^{1*}	y^{2*}	y^{3*}	y^{4*}	y^{5*}	y^{6*}	y^{7*}
2003	430,35	207,1	406,1	377,1	207,0	413,5	646,6	523,0
2004	591,02	533,5	576,9	579,6	495,4	591,9	689,1	635,9
2005	764,02	766,4	736,2	808,7	779,1	740,6	768,6	727,0
2006	989,93	1079,0	971,9	1024,4	1074,7	964,8	891,2	926,8
2007	1299,7	1503,1	1384,4	1457,2	1502,4	1318,6	1174,0	1214,4
2008	1660,85	1798,2	1785,8	1767,0	1850,3	1718,2	1631,8	1629,7
2009	1222,65	1176,1	1119,3	1263,5	1347,1	1253,3	1286,8	1324,8
2010	1524,92	1580,0	1522,2	1429,5	1595,8	1603,9	1563,8	1594,8
2011	2045,92	1949,5	2039,8	1777,6	1836,0	1973,3	1923,6	1910,8
2012	2208,29	2063,1	2219,5	2142,0	1948,4	2142,0	2144,0	2101,4
2013	2292,47	2053,0	2212,4	2239,5	2130,7	2316,9	2462,0	2395,6
2014	2059,24	1916,6	1969,4	2088,6	1859,4	2037,2	2074,7	2036,5
2015	1363,5	1479,3	1367,5	1389,5	1429,9	1308,4	1236,8	1211,6
2016	1276,8	1456,0	1342,2	1257,8	1462,6	1278,3	1187,9	1310,8
2017	1574,2	1696,6	1637,2	1521,6	1658,4	1577,4	1521,5	1582,9
2018	1657,3	1687,2	1628,0	1606,7	1675,2	1604,8	1570,8	1563,7
2019	1693,1	1753,2	1716,3	1774,1	1792,0	1709,6	1688,4	1782,2
2020	1493,1	1634,5	1575,0	1483,5	1657,5	1618,7	1629,5	1616,1
2021	1836,9	1848,5	1852,4	1992,1	1845,2	1825,7	1865,0	1896,3
2022	2240,4	2043,9	2162,3	2244,9	2077,4	2227,7	2268,6	2231,5

Таблица 2

Значения критериев адекватности вариантов модели

Модель	R	F	E	N
1	0,934 (6)	75,80 (6)	9,27 (6)	194,9 (2)
2	0,987 (2)	394,40 (2)	3,37 (2)	283,1 (4)
3	0,969 (4)	165,46 (4)	4,78 (3)	375,0 (5)
4	0,917 (7)	59,07 (7)	10,48 (7)	253,8 (3)
5	0,991 (1)	638,41 (1)	2,45 (1)	115,3 (1)
6	0,965 (5)	146,95 (5)	7,53 (5)	550,3 (6)
7	0,971 (3)	169,75 (3)	6,08 (4)	605,1 (7)

Построим выпуклую комбинацию всех семи построенных вариантов, пользуясь приведенным выше алгоритмом:

$$Y = \sum_{j=1}^7 \mu_j F^j(\alpha^j; D^j),$$

где $\mu_1 = 0,19$, $\mu_2 = 0,13$, $\mu_3 = 0,1$, $\mu_4 = 0,14$, $\mu_5 = 0,31$, $\mu_6 = 0,07$, $\mu_7 = 0,06$.

Разумеется, предложенный подход к комбинированию альтернативных вариантов регрессионной модели в силу его инвариантности по отношению к природе анализируемой системы не требует какой-либо формальной адаптации при его использовании для исследования объектов технического характера. Вызывает, в частности, интерес его возможное применение для анализа: коммуникационных систем [7], рабочих процессов в строительстве [1], физических взаимодействий технических поверхностей [2], технического состояния опасных объектов [9], качества технических и эксплуатационных характеристик транспортных объектов [8], технических рисков [5].

Выводы. В работе отмечено, что при построении математической модели сложного объекта нередко возникает ситуация, когда исследователем разработано несколько ее альтернативных вариантов, при этом каждый из них может обладать некоторыми привлекательными качествами. Эту альтернативность можно разрешить, либо выбрав лучший вариант путем проведения конкурса моделей, либо сформировав так называемый ансамбль моделей, посредством, в частности, их агрегирования (комбинирования) с помощью использования вычислительной процедуры назначения весового коэффициента для каждого варианта, определяющего его значимость. Предложен алгоритм расчета этих коэффициентов, основанный на использовании введенного в прежних работах одного из авторов критерия согласованности поведения между фактическими и расчетными значениями выходной переменной в регрессионной модели, заданного в непрерывной форме.

Литература

1. Боброва Т.В., Панченко П.М. Техническое нормирование рабочих процессов в строительстве на основе пространственно-временного моделирования // Magazine of Civil Engineering. 2017. № 8(76). С. 84–97.
2. Болотов А.Н., Рачишкин А.А., Сутягин О.В. Компьютерное моделирование физических взаимодействий технических поверхностей на микроуровне // Программные продукты и системы. 2019. № 1. С. 109–114.
3. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. 3-е изд. М.: Вильямс, 2016. 912 с.
4. Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС): сайт. URL: <https://www.fedstat.ru/> (дата обращения: 19.11.2023).
5. Елисеева М.А., Маловик К.Н. Прикладные задачи моделирования технических рисков // Наука и образование в XXI веке: сб. науч. тр. по материалам Междунар. науч.-практ. конф. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. Т. 17. С. 36–38.
6. Инфляция. Финансы. Новости: сайт. URL: <https://inflatio.ru> (дата обращения: 19.11.2023).
7. Левин М.Ш. Пример комбинаторной эволюции и прогнозирования требований к коммуникационным системам // Информационные процессы. 2017. Т. 17, № 2. С. 92–100.
8. Мутушев Д.М. Математическое моделирование в задачах управления качеством технических и эксплуатационных характеристик транспортных объектов // Качество и жизнь. 2019. № 2 (22). С. 118–123.
9. Николайчук О.А., Берман А.Ф., Павлов А.И. Прогнозирование технического состояния опасных объектов методом имитационного моделирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2017. № 2. С. 131–142.
10. Носков С.И. Построение свертки критериев адекватности регрессионных моделей // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2022. № 1. С. 73–81.
11. Носков С.И. Реализация конкурса регрессионных моделей с применением критерия согласованности поведения // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2021. № 2. С. 153–160.
12. Носков С.И., Бычков Ю.А. Вычислительные эксперименты с непрерывной формой метода максимальной согласованности в регрессионном анализе // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2022. Т. 18, № 2. С. 7–12.
13. Попова Т.П. Ансамбли моделей как современный инструмент анализа данных // Конкурентоспособность территорий: материалы XX Всерос. экон. форума молодых ученых и студентов: в 8 ч. Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. экон. ун-та, 2017. Ч. 7. С. 256–259.
14. Свидетельство о государственной регистрации прогн. для ЭВМ № 2021619297 РФ. Программный комплекс реализации конкурса линейных регрессионных моделей по критерию

Фишера / С.И. Носков, Д.В. Пашков; правообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет путей сообщения». № 2021618525; заявл. 31.05.2021; опубл. 08.06.2021, Бюл. № 6.

15. Справочные таблицы: сайт. URL: <https://infotables.ru/> (дата обращения: 19.11.2023).

16. Федеральная служба государственной статистики: сайт. URL: <https://rosstat.gov.ru/> (дата обращения: 19.11.2023).

17. Acar E., Rais-Rohani M. Ensemble of metamodels with optimized weight factors. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, vol. 37, pp. 279–294.

18. Branicki M., Majda A.J. Imperfect Dynamical Predictions Via Multi-Model Ensemble Forecasts. *Journal of Nonlinear Science*, 2015, vol. 25, pp. 489–538.

19. Dua M., Shakshi, Singla R. et al. Deep CNN models-based ensemble approach to driver drowsiness detection. *Neural Computing and Applications*, 2021, vol. 33, pp. 3155–3168.

20. Elish M.O., Aljamaan H., Ahmad I. Three empirical studies on predicting software maintainability using ensemble methods. *Soft Computing*, 2015, vol. 19, pp. 2511–2524.

21. Iglesias M.A. Iterative regularization for ensemble data assimilation in reservoir models. *Computational Geosciences*, 2015, vol. 19, pp. 177–212.

22. Lee Y., Choi D.-H. Pointwise ensemble of meta-models using v nearest points cross-validation. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, vol. 50, pp. 383–394.

23. Prayogo D., Cheng M.-Y., Wu Y.-W., Tran D.-H. Combining machine learning models via adaptive ensemble weighting for prediction of shear capacity of reinforced-concrete deep beams. *Engineering with Computers*, 2020, vol. 36, pp. 1135–1153.

24. Statista: website. Available at: <https://www.statista.com> (Access Date: 2023, Nov. 19).

25. Uchida M., Maehara Y., Shioya H. Unsupervised Weight Parameter Estimation Method for Ensemble Learning. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 2011, vol. 10, pp. 307–322.

НОСКОВ СЕРГЕЙ ИВАНОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры информационных систем и защиты информации, Иркутский государственный университет путей сообщения, Россия, Иркутск (sergey.noskov.57@mail.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4097-2720>).

ОВСЯННИКОВ ИВАН ВЛАДИМИРОВИЧ – студент IV курса, факультет управления на транспорте и информационные технологии, Иркутский государственный университет путей сообщения, Россия, Иркутск (bidanocka@gmail.com).

Sergey I. NOSKOV, Ivan V. OVSYANNIKOV

COMBINING ALTERNATIVE OPTIONS OF THE REGRESSION MODEL
BASED ON THE BEHAVIOR CONSISTENCY CRITERION

Key words: regression equation, ensemble of models, combination of options, weighting coefficients, behavior consistency criterion, gross product.

The purpose of the study is to develop an algorithm for calculating the coefficients of a convex combination of alternative variants of a regression model of a complex object, based on the use of the criterion of behavior consistency between the actual and calculated values of the output variable, specified in continuous form, introduced in previous works by one of the authors.

Methods. To solve the problem formulated in the paper, the authors use both the traditional criteria for model adequacy in regression analysis – multiple determination, Fisher, average relative error of approximation – and the behavior consistency criterion previously developed by one of the authors.

Results. The study demonstrates the application of the developed method to create an ensemble of regression models for the construction of a mathematical model of the gross domestic product of the Russian Federation. This approach, due to its invariance to the nature of the analyzed systems, does not require special adaptation in the study of objects of technical nature.

Conclusions. *The proposed algorithm for combining alternative options for a regression model of an object, based on the use of a behavior consistency criterion between the actual and calculated values of the output variable, can be effectively used in the study of complex systems of various natures.*

References

1. Bobrova T.V., Panchenko P.M. *Tekhnicheskoe normirovanie rabochikh protsessov v stroitel'stve na osnove prostranstvenno-vremennogo modelirovaniya* [Technical normalization of working processes in construction based on spatial-temporal modeling]. *Magazine of Civil Engineering*, 2017, no. 8(76), pp. 84–97.
2. Bolotov A.N., Rachishkin A.A., Sutyagin O.V. *Komp'yuternoe modelirovanie fizicheskikh vzaimodeistvii tekhnicheskikh poverkhnostei na mikrourovne* [Computer modeling of physical interactions of technical phenomena at the micro level]. *Programmye produkty i sistemy*, 2019, no. 1, pp. 109–114.
3. Dreiper N., Smit G. *Applied Regression Analysis*, Wiley & Sons Publ., 2016, 912 p. (*Russ. ed.: Prikladnoi regressiionnyi analiz*, Moscow, Williams Publ., 2016).
4. Interdepartmental Information and Statistical System (EMISS): site. Available at: <https://www.fedstat.ru/> (Access Date: 2023, Nov. 19).
5. Eliseeva M.A., Malovik K.N. *Prikladnye zadachi modelirovaniya tekhnicheskikh riskov* [Applied problems of technical risk modeling]. In: *Nauka i obrazovanie v XXI veke: sb. nauch. tr. po materialam Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Proc. of Int. Sci. Conf. «Science and education in the 21st century»]. Tabmov, Consulting company Ukom Publ., 2014, vol. 17, pp. 36–38.
6. Inflation. Finance. News: website. Available at: <https://inflatio.ru/> (Access Date: 2023, Nov. 19).
7. Levin M.Sh. *Primer kombinatornoi evolyutsii i prognozirovaniya trebovaniy k kommunikatsionnym sistemam* [An example of combinatorial evolution and forecasting of requirements for communication systems]. *Informatsionnye protsessy*, 2017, vol. 17, no. 2, pp. 92–100.
8. Mutushev D.M. *Matematicheskoe modelirovanie v zadachakh upravleniya kachestvom tekhnicheskikh i ekspluatatsionnykh kharakteristik transportnykh ob"ektov* [Mathematical modeling in problems of quality management of technical and operational characteristics of transport facilities]. *Kachestvo i zhizn'*, 2019, no. 2(22), pp. 118–123.
9. Nikolaichuk O.A., Berman A.F., Pavlov A.I. *Prognozirovaniye tekhnicheskogo sostoyaniya opasnykh ob"ektov metodom imitatsionnogo modelirovaniya* [Forecasting the technical condition of hazardous objects using simulation modeling]. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2017, no. 2, pp. 131–142.
10. Noskov S.I. *Postroenie svertki kriteriev adekvatnosti regressiionnykh modelei* [Construction of a Convolution of Adequacy Criteria for Regression Models]. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve*, 2022, no. 1, pp. 73–81.
11. Noskov S.I. *Realizatsiya konkursa regressiionnykh modelei s primeneniem kriteriya soglasovannosti povedeniya* [Implementation of the Regression Models Contest Using the Criterion of Behavior Consistency]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Sistemnyi analiz i informatsionnye tekhnologii*, 2021, no. 2, pp. 153–160.
12. Noskov S.I., Bychkov Yu.A. *Vychislitel'nye eksperimenty s nepreryvnoi formoi metoda maksimal'noi soglasovannosti v regressiionnom analize* [Computational Experiments with the Continuous Form of the Method of Maximum Consistency in Regression Analysis]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2022, vol. 18, no. 2, pp. 7–12.
13. Popova T.P. *Ansambli modelei kak sovremennyyi instrument analiza dannykh* [Ensembles of Models as a Modern Tool for Data Analysis]. In: *Konkurentosposobnost' territorii: materialy XX Vseros. ekon. foruma molodykh uchenykh i studentov: v 8 ch.* [Proc. of 20th Russ. Economic Forum of Young Scientists and Students Competitiveness of Territories. 8 parts]. Yekaterinburg, Ural State Economic University Publ., 2017, Part 7, pp. 256–259.
14. Noskov S.I., Pashkov D.V. *Programmyi kompleks realizatsii konkursa lineinykh regressiionnykh modelei po kriteriyu Fishera* [Software Complex for the Implementation of the Linear Regression Models Contest According to Fisher's Criterion]. Certificate of State Registration of the Computer Program, no. 2021619297, 2021.
15. Reference Tables: website. Available at: <https://infotables.ru>.

16. Federal State Statistics Service: website. Available at: <https://rosstat.gov.ru> (Access Date: 2023, Nov. 19).
17. Acar E., Rais-Rohani M. Ensemble of metamodels with optimized weight factors. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, vol. 37, pp. 279–294.
18. Branicki M., Majda A.J. Imperfect Dynamical Predictions Via Multi-Model Ensemble Forecasts. *Journal of Nonlinear Science*, 2015, vol. 25, pp. 489–538.
19. Dua M., Shakshi, Singla R. et al. Deep CNN models-based ensemble approach to driver drowsiness detection. *Neural Computing and Applications*, 2021, vol. 33, pp. 3155–3168.
20. Elish M.O., Aljamaan H., Ahmad I. Three empirical studies on predicting software maintainability using ensemble methods. *Soft Computing*, 2015, vol. 19, pp. 2511–2524.
21. Iglesias M.A. Iterative regularization for ensemble data assimilation in reservoir models. *Computational Geosciences*, 2015, vol. 19, pp. 177–212.
22. Lee Y., Choi D.-H. Pointwise ensemble of meta-models using v nearest points cross-validation. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, vol. 50, pp. 383–394.
23. Prayogo D., Cheng M.-Y., Wu Y.-W., Tran D.-H. Combining machine learning models via adaptive ensemble weighting for prediction of shear capacity of reinforced-concrete deep beams. *Engineering with Computers*, 2020, vol. 36, pp. 1135–1153.
24. Statista: website. Available at: <https://www.statista.com> (Access Date: 2023, Nov. 19).
25. Uchida M., Maehara Y., Shioya H. Unsupervised Weight Parameter Estimation Method for Ensemble Learning. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 2011, vol. 10, pp. 307–322.

SERGEY I. NOSKOV – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Information Systems and Information Security, Irkutsk State Transport University, Russia, Irkutsk (sergey.noskov.57@mail.ru ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4097-2720>).

IVAN V. OVSYANNIKOV – 4th Year Student, Faculty of Transport Management and Information Technology, Irkutsk State University of Transport, Russia, Irkutsk (bidanocka@gmail.com).

Формат цитирования: Носков С.И., Овсянников И.В. Комбинирование альтернативных вариантов регрессионной модели на основе критерия согласованности поведения // Вестник Чувашского университета. – 2024. – № 2. – С. 92–101. DOI: 10.47026/1810-1909-2024-2-92-101.